

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

«Лицей №26 им. Мусы Джалиля» Авиастроительного района г. Казани

ПРИНЯТО

на педагогическом совете
Протокол №1
от 28.08.2023 г.

УТВЕРЖДАЮ

Директор лицея
_____ Тухфатуллов Н.Р.
Приказ № 78
Протокол № 1 от 28.08. 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного предмета «Вероятность и статистика. Углубленный уровень»

для обучающихся 10-11 классов

Программа рассмотрена на заседании
педагогического совета.

Протокол № 1 от 28.08. 2023 года.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебный курс «Вероятность и статистика» углублённого уровня является продолжением и развитием одноименного учебного курса углублённого уровня на уровне среднего общего образования. Учебный курс предназначен для формирования у обучающихся статистической культуры и понимания роли теории вероятностей как математического инструмента для изучения случайных событий, величин и процессов. При изучении курса обогащаются представления обучающихся о методах исследования изменчивого мира, развивается понимание значимости и общности математических методов познания как неотъемлемой части современного естественно-научного мировоззрения.

Содержание учебного курса направлено на закрепление знаний, полученных при изучении курса на уровне основного общего образования, и на развитие представлений о случайных величинах и взаимосвязях между ними на важных примерах, сюжеты которых почерпнуты из окружающего мира. В результате у обучающихся должно сформироваться представление о наиболее употребительных и общих математических моделях, используемых для описания антропометрических и демографических величин, погрешностей в различных рода измерениях, длительности безотказной работы технических устройств, характеристик массовых явлений и процессов в обществе. Учебный курс является базой для освоения вероятностно-статистических методов, необходимых специалистам не только инженерных специальностей, но также социальных и психологических, поскольку современные общественные науки в значительной мере используют аппарат анализа больших данных. Центральную часть учебного курса занимает обсуждение закона больших чисел – фундаментального закона природы, имеющего математическую формализацию.

В соответствии с указанными целями в структуре учебного курса «Вероятность и статистика» на углублённом уровне выделены основные содержательные линии: «Случайные события и вероятности» и «Случайные величины и закон больших чисел».

Помимо основных линий в учебный курс включены элементы теории графов и теории множеств, необходимые для полноценного освоения материала данного учебного курса и смежных математических учебных курсов.

Содержание линии «Случайные события и вероятности» служит основой для формирования представлений о распределении вероятностей между значениями случайных величин. Важную часть в этой содержательной линии занимает изучение геометрического и биномиального распределений и знакомство с их непрерывными аналогами – показательным и нормальным распределениями.

Темы, связанные с непрерывными случайными величинами и распределениями, акцентируют внимание обучающихся на описании и изучении случайных явлений с помощью непрерывных функций. Основное внимание уделяется показательному и нормальному распределениям.

В учебном курсе предусматривается ознакомительное изучение связи между случайными величинами и описание этой связи с помощью коэффициента корреляции и его выборочного аналога. Эти элементы содержания развивают тему «Диаграммы рассеивания», изученную на уровне основного общего образования, и во многом опираются на сведения из курсов алгебры и геометрии.

Ещё один элемент содержания, который предлагается на ознакомительном уровне – последовательность случайных независимых событий, наступающих в единицу времени. Ознакомление с распределением вероятностей количества таких событий носит развивающий характер и является актуальным для будущих абитуриентов, поступающих на учебные

специальности, связанные с общественными науками, психологией и управлением.

На изучение учебного курса «Вероятность и статистика» на углубленном уровне отводится 68 часов: в 10 классе – 34 часа (1 час в неделю), в 11 классе – 34 часа (1 час в неделю).

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

10 КЛАСС

Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья.

Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Близость частоты и вероятности событий. Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями.

Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. Диаграммы Эйлера. Формула сложения вероятностей.

Условная вероятность. Умножение вероятностей. Дерево случайного эксперимента. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события.

Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона.

Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.

Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Бинарная случайная величина. Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

11 КЛАСС

Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины.

Математическое ожидание случайной величины (распределения).
Примеры применения математического ожидания (страхование, лотерея).
Математическое ожидание бинарной случайной величины. Математическое
ожидание суммы случайных величин. Математическое ожидание
геометрического и биномиального распределений.

Дисперсия и стандартное отклонение случайной величины
(распределения). Дисперсия бинарной случайной величины. Математическое
ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных
величин. Дисперсия и стандартное отклонение биномиального
распределения. Дисперсия и стандартное отклонение геометрического
распределения.

Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон
больших чисел. Выборочный метод исследований. Выборочные
характеристики. Оценивание вероятности события по выборочным данным.
Проверка простейших гипотез с помощью изученных распределений.

Непрерывные случайные величины. Примеры. Функция плотности
вероятности распределения. Равномерное распределение и его свойства.
Задачи, приводящие к показательному распределению. Задачи, приводящие к
нормальному распределению. Функция плотности вероятности
показательного распределения, функция плотности вероятности нормального
распределения. Функция плотности и свойства нормального распределения.

Последовательность одиночных независимых событий. Задачи,
приводящие к распределению Пуассона.

Ковариация двух случайных величин. Коэффициент линейной
корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный
коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-
следственной связью. Линейная регрессия, метод наименьших квадратов.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА» (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1) гражданского воспитания:

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

2) патриотического воспитания:

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

3) духовно-нравственного воспитания:

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

4) эстетического воспитания:

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

5) физического воспитания:

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

б) трудового воспитания:

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

7) экологического воспитания:

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

8) ценности научного познания:

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Общение:

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

Совместная деятельность:

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать

качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу **10 класса** обучающийся научится:

свободно оперировать понятиями: граф, плоский граф, связный граф, путь в графе, цепь, цикл, дерево, степень вершины, дерево случайного эксперимента;

свободно оперировать понятиями: случайный эксперимент (опыт), случайное событие, элементарное случайное событие (элементарный исход) случайного опыта, находить вероятности событий в опытах с равновероятными элементарными событиями;

находить и формулировать события: пересечение, объединение данных событий, событие, противоположное данному, использовать диаграммы Эйлера, координатную прямую для решения задач, пользоваться формулой сложения вероятностей для вероятностей двух и трех случайных событий;

оперировать понятиями: условная вероятность, умножение вероятностей, независимые события, дерево случайного эксперимента, находить вероятности событий с помощью правила умножения, дерева случайного опыта, использовать формулу полной вероятности, формулу Байеса при решении задач, определять независимость событий по формуле и по организации случайного эксперимента;

применять изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов множеств, элементарных событий случайного опыта, решения задач по теории вероятностей;

свободно оперировать понятиями: бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача, независимые испытания, серия испытаний, находить вероятности событий: в серии испытаний до первого успеха, в

серии испытаний Бернулли, в опыте, связанном со случайным выбором из конечной совокупности;

свободно оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, диаграмма распределения, бинарная случайная величина, геометрическое, биномиальное распределение.

К концу **11 класса** обучающийся научится:

оперировать понятиями: совместное распределение двух случайных величин, использовать таблицу совместного распределения двух случайных величин для выделения распределения каждой величины, определения независимости случайных величин;

свободно оперировать понятием математического ожидания случайной величины (распределения), применять свойства математического ожидания при решении задач, вычислять математическое ожидание биномиального и геометрического распределений;

свободно оперировать понятиями: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины, применять свойства дисперсии случайной величины (распределения) при решении задач, вычислять дисперсию и стандартное отклонение геометрического и биномиального распределений;

вычислять выборочные характеристики по данной выборке и оценивать характеристики генеральной совокупности данных по выборочным характеристикам. Оценивать вероятности событий и проверять простейшие статистические гипотезы, пользуясь изученными распределениями.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

10 КЛАСС

Название раздела (темы)	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Элементы теории графов	3	Граф, связный граф, представление задачи с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Путь в графе. Цепи и циклы. Графы на плоскости. Дерево случайного эксперимента	Представлять объекты и связи между ними с помощью графа, находить пути между вершинами графа. Выделять в графе цепи и циклы. Строить дерево по описанию случайного опыта, описывать случайные события в терминах дерева. Решать задачи с помощью графов
Случайные опыты, случайные события и вероятности событий	3	Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. Элементарные события (исходы). Вероятность случайного события. Вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными событиями	Выделять и описывать случайные события в случайном опыте. Формулировать условия проведения случайного опыта. Находить вероятности событий в опытах с равновозможными элементарными исходами

<p>Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей. Условная вероятность. Независимые события</p>	<p>5</p>	<p>Пересечение, объединение множеств и событий, противоположные события. Формула сложения вероятностей Условная вероятность. Умножение вероятностей. Формула условной вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимые события</p>	<p>Использовать диаграммы Эйлера и вербальное описание событий при выполнении операций над событиями. Оценивать изменение вероятностей событий по мере наступления других событий в случайном опыте. Решать задачи, в том числе с использованием дерева случайного опыта, формул сложения и умножения вероятностей</p>
<p>Элементы комбинаторики</p>	<p>4</p>	<p>Комбинаторное правило умножения. Перестановки и факториал. Число сочетаний. Треугольник Паскаля. Формула бинома Ньютона</p>	<p>Формулировать и доказывать комбинаторные факты. Использовать правило умножения, изученные комбинаторные формулы для перечисления элементов различных множеств, в том числе элементарных событий в случайном опыте. Пользоваться формулой и треугольником Паскаля для определения числа сочетаний. Применять формулу бинома Ньютона для преобразования выражений</p>

<p>Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности</p>	<p>5</p>	<p>Бинарный случайный опыт (испытание), успех и неудача. Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха. Серия независимых испытаний Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности. Практическая работа с использованием электронных таблиц</p>	<p>Разбивать сложные эксперименты на отдельные испытания. Решать задачи на поиск вероятностей событий в серии испытаний до первого успеха и в сериях испытаний Бернулли, а также в опытах со случайным выбором из конечной совокупности с использованием комбинаторных фактов и формул, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций</p>
<p>Случайные величины и распределения</p>	<p>14</p>	<p>Случайная величина. Распределение вероятностей. Диаграмма распределения. Операции над случайными величинами. Примеры распределений. Бинарная случайная величина. Геометрическое расп-деление. Биномиальное распределение. Математическое ожидание случайной величины. Совместное распределение двух случайных величин. Независимые случайные величины. Свойства математического ожидания.</p>	<p>Осваивать понятия: случайная величина, распределение, таблица распределения, диаграмма распределения. Находить значения суммы и произведения случайных величин. Строить бинарные распределения по описанию событий в случайных опытах. Строить и распознавать геометрическое и биномиальное распределения. Решать задачи на вычисление математического ожидания.</p>

		<p>Математическое ожидание бинарной случайной величины.</p> <p>Математическое ожидание геометрического и биномиального распределений. Дисперсия и стандартное отклонение. Дисперсия бинарной случайной величины. Свойства дисперсии.</p> <p>Математическое ожидание произведения и дисперсия суммы независимых случайных величин.</p> <p>Дисперсия биномиального распределения.</p> <p>Практическая работа с использованием электронных таблиц</p>	<p>Строить совместные распределения. Изучать свойства математического ожидания.</p> <p>Решать задачи с помощью изученных свойств.</p> <p>По изученным формулам находить математические ожидания случайных величин, имеющих геометрическое и биномиальное распределения</p> <p>Осваивать понятия: дисперсия, стандартное отклонение случайной величины.</p> <p>Находить дисперсию по распределению.</p> <p>Изучать свойства дисперсии.</p> <p>По изученным формулам находить дисперсию биномиального распределения, в том числе в ходе практической работы</p>
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34		

11 КЛАСС

Название раздела (темы)	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Закон больших чисел	5	Неравенство Чебышёва. Теорема Чебышёва. Теорема Бернулли. Закон больших чисел. Выборочный метод исследований. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Разбирать доказательства теорем. Осваивать выборочный метод исследований, в том числе в ходе практической работы
Элементы математической статистики	6	Генеральная совокупность и случайная выборка. Знакомство с выборочными характеристиками. Оценка среднего и дисперсии генеральной совокупности с помощью выборочных характеристик. Оценивание вероятностей событий по выборке. Статистическая гипотеза. Проверка простейших гипотез с помощью свойств изученных распределений. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: генеральная совокупность, выборка, выборочное среднее и выборочная дисперсия. Вычислять выборочные характеристики и на их основе оценивать характеристики генеральной совокупности. Осваивать понятия: статистическая гипотеза. Оценивать вероятность событий и проверять простейшие гипотезы на основе выборочных данных, в том числе в ходе практической работы

<p>Непрерывные случайные величины (распределения), показательное и нормальное распределения</p>	<p>4</p>	<p>Примеры непрерывных случайных величин. Функция плотности вероятности. Равномерное распределение. Примеры задач, приводящих к показательному и к нормальному распределениям. Функция плотности вероятности показательного распределения. Функция плотности вероятности нормального распределения</p>	<p>Знакомиться понятиями: непрерывная случайная величина, непрерывное распределение, функция плотности вероятности. Находить вероятности событий по данной функции плотности. Знакомиться с понятиями: показательное распределение, нормальное распределение. Выделять по описанию случайные величины, распределенные по показательному закону, по нормальному закону. Разбирать примеры задач, приводящих к показательному распределению и к нормальному распределению</p>
<p>Распределение Пуассона</p>	<p>2</p>	<p>Последовательность одиночных независимых событий. Пример задачи, приводящей к распределению Пуассона. Практическая работа с использованием электронных таблиц</p>	<p>Выделять по описанию случайного опыта величины, распределенные по закону Пуассона. Решать задачи, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций электронных таблиц</p>

Связь между случайными величинами	6	Ковариация двух случайных величин. Коэффициент корреляции. Совместные наблюдения двух величин. Выборочный коэффициент корреляции. Различие между линейной связью и причинно-следственной связью. Линейная регрессия. Практическая работа с использованием электронных таблиц	Осваивать понятия: ковариация, коэффициент корреляции, линейная зависимость. Оценивать характер связи между случайными величинами, исходя из природы данных и вычисленных характеристик. Использовать диаграммы рассеивания для изображения совместного рассеивания данных. Находить коэффициенты оси диаграммы, в том числе в ходе практической работы с применением стандартных функций
Обобщение и систематизация знаний	11	Представление данных с помощью таблиц и диаграмм, описательная статистика, опыты с равновероятными элементарными событиями, вычисление вероятностей событий с применением формул и графических методов (координатная прямая, дерево, диаграмма Эйлера), случайные	Повторять изученное и выстраивать систему знаний

		величины и распределения, математическое ожидание случайной величины	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34		